2026학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험

수 학

수험 번호 : ( )　　**성 명 : ( )**

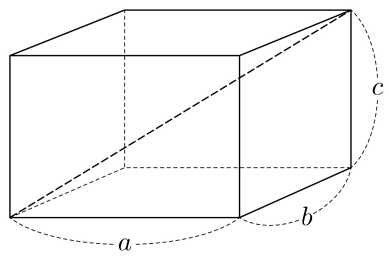
제1차 시험	3교시 전공B	11문항 40점	시험 시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 '수학교육론' 수업에서 폴리아(G. Polya)의 문제해결 교육론을 다룬 수업 자료의 일부이다.

○ 폴리아(G. Polya)는 문제해결 교육의 중요성을 강조하면서, 문제해결 교육의 핵심은 방법적 지식인 수학적 (㉠)을/를 터득하는 데 있다고 보았다. 이때 (㉠)(이)란 문제해결에서 전형적으로 유용한 발견과 발명의 방법과 규칙, 문제해결 전략과 전술을 말한다. 문제해결 과정의 네 단계에서 교사가 하는 발문과 권고는 효과적인 사고 활동을 유발해서 학생들의 문제해결을 도울 수 있다.

○ 다음은 교사와 학생들이 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b, 높이가 c인 직육면체의 대각선의 길이를 구하는 문제를 해결하면서 나눈 대화이다.



교 사 : 미지의 것은 무엇입니까?
학생 1 : 직육면체의 대각선의 길이입니다. 미지의 것은 x로 나타내었습니다.
교 사 : a, b, c와 x를 연결하는 조건은 무엇입니까?
학생 2 : x가 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이가 된다는 것입니다.
교 사 : ㉡ 미지의 것이 유사한 다른 문제를 알고 있나요?
학생 3 : 예전에 직각삼각형의 한 변의 길이를 구하는 문제를 풀어본 적이 있습니다.
교 사 : 여러분이 기억해 낸 문제는 직각삼각형에 관한 것이군요. 위 그림에서 직각삼각형을 찾아보세요.
학생 1 : 아! 미지의 것은 직각삼각형의 빗변의 길이였군요. 피타고라스 정리를 사용하면 구할 수 있겠어요.

괄호 안의 ㉠에 들어갈 용어를 쓰고, 폴리아(G. Polya)의 문제해결 과정의 네 단계 중 밑줄 친 ㉡과 같은 발문을 제시하는 단계의 명칭을 쓰시오. [2점]

2. $\mathbb{R}$의 위상 $\mathfrak{I}=\{\varnothing,(-1,1),(-1,3),(-1,5),\mathbb{R}\}$에 대하여 위상공간 $(\mathbb{R},\mathfrak{I})$의 부분집합 $\mathbb{Z}$의 상대위상(부분위상, relative topology) $\mathfrak{I}_{\mathbb{Z}}$를 구하시오. 또한 위상공간 $(\mathbb{Z},\mathfrak{I}_{\mathbb{Z}})$에서 집합 $A=\{0,1,2,3\}$의 내부(interior) A°를 구하시오. (단, $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$이다.) [2점]

3. 다음은 예비 교사가 중학교의 '이차방정식과 근의 공식'에 대한 교수·학습 지도안을 작성한 후, 지도 교수와 나눈 대화 중 일부이다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

교수·학습 지도안

학습 목표	이차방정식의 근의 공식을 이해할 수 있다.
단계	교수·학습 활동
도입	• 선수 학습을 확인하고, 학습 목표를 제시한다.
전개	• 학급을 5개의 모둠으로 나누고, 모둠별로 수를 계수로 갖는 이차방정식(예: $3x^2-4x-1=0$)을 하나씩 정하여 '완전제곱식을 이용한 풀이 절차'에 따라 풀이하게 한다. 이때 모둠마다 서로 다른 이차방정식을 풀도록 한다. • 모둠별로 한 명씩 칠판에 나와서 모둠활동의 결과인 5개의 이차방정식을 '완전제곱식을 이용한 풀이 절차'에 따라 나란히 풀이하게 한다. • 칠판의 풀이를 보면서 이차방정식의 근을 구하는 보편적인 방법에 대해 토론하게 한다. 필요한 경우, 수 계수를 문자 a, b, c로 대신하여 나타낼 수 있도록 발문한다. • 모둠별로 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$을 수를 계수로 갖는 이차방정식과 동일한 방법으로 풀이하여 근의 공식을 유도하고, 그 결과를 발표하게 한다. • 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$의 근의 공식 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (단, $b^2-4ac\geq 0$)을 정리한다. • 이차방정식의 근의 공식을 이용하는 간단한 예제를 풀이한다. • 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 설명한다.
정리	• 본시 학습 내용을 정리하고, 형성평가를 실시한다.

예비 교사 : 저는 학생들이 모둠활동에 능동적으로 참여하면서 수를 계수로 갖는 여러 개의 이차방정식을 풀이하는 경험으로부터 문자 계수를 갖는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$의 근의 공식을 스스로 유도할 수 있도록 수업을 계획했습니다. 이때 이차방정식에서 수로 된 계수를 문자 a, b, c로 대신하여 나타내고 이를 이용하여 근의 공식을 나타낼 수 있도록 적절한 발문을 하고자 합니다.

지도 교수 : 특수한 경우의 사례로부터 문자를 사용하여 (㉠)을/를 해 보는 수업 활동에 중점을 두었군요. 이러한 활동은 학생들이 아직 정해져 있지 않은 상수 a, b, c의 의미를 이해하는 데 도움이 됩니다. 수업에서 계획한 바와 같이, 학생들이 능동적으로 구체적인 상황을 변수로 구성하고 (㉠)된 식을 구성해 보는 경험은 다가이름이라는 변수 개념의 정적 측면을 생각해 보는 계기가 될 것입니다. 그런데 ㉡ 교수·학습 지도안에 중학교에서 다루지 않아야 될 내용이 포함되어 있으니 확인하기 바랍니다.

<작성 방법>

○ 괄호 안의 ㉠에 들어갈 용어를 쓸 것.
○ 프로이덴탈(H. Freudenthal)의 교수학적 현상학에 대해 설명하고, 예비 교사가 계획한 수업에서의 변수 개념 지도를 교수학적 현상학의 관점에서 분석하여 작성할 것.
○ 2022 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2022-33호)의 중학교 '변화와 관계' 영역의 '성취기준 적용 시 고려 사항'을 근거로, 밑줄 친 ㉡을 1가지 제시할 것.

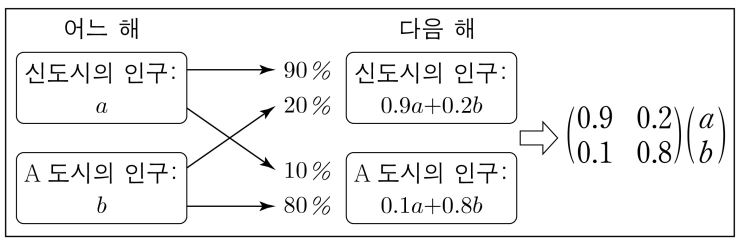
4. (가)는 고등학교 <공통수학1>의 '행렬의 곱셈'에 대한 수업 자료이고, (나)는 강 교사가 이 자료로 수업을 한 후 작성한 수업 성찰 일지이다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

(가)

신도시 인구는 현재 2만 명이고, 근교 A 도시의 인구는 10만 명이다. 신도시 인구는 언제 6만 명을 넘어설까?

1단계 : 복잡한 현실 맥락을 단순화된 상황으로 구성하기 위해 다음과 같이 가정을 설정한다.
① 신도시 주민의 90%는 다음 해에도 신도시에 거주하며, 나머지 10%는 A 도시로 이사한다. ② A 도시 주민의 80%는 다음 해에도 A 도시에 거주하며, 나머지 20%는 신도시로 이사한다. ③ 다른 요인에 의한 인구 변화(출생, 사망, 다른 도시 사이의 전출, 전입 등)는 없다.

2단계 : 주어진 상황을 구조화하여 행렬의 곱셈으로 표현한다.



3단계 : 행렬의 곱셈을 수행하고 두 도시의 인구를 구한다.

$$\begin{pmatrix}\text{1년 후 신도시의 인구}\\\text{1년 후 A 도시의 인구}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.9 & 0.2\\0.1 & 0.8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}20000\\100000\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}38000\\82000\end{pmatrix}$$

공학 도구를 활용하여 행렬 연산을 n년째까지 수행하고, 그 결과를 백의 자리에서 반올림하여 표로 나타낸다.

(단위: 천 명)

n(년)	0	1	2	3	4	5	6		10	11	12	13	…
신도시	20	38	51	59	66	70	73		78	79	79	79	…
A 도시	100	82	69	61	54	50	47		42	41	41	41	…

4단계 : 표를 해석하여 두 도시의 인구 변화를 예측한다.
신도시의 인구는 4년 후에 6만 명을 넘어선다. 그리고 11년 후부터는 두 도시의 인구에 큰 변화가 없음을 알 수 있다.

(나)

학생들이 삶과 연계된 현상이나 문제를 다양한 수학적 표현 방식을 이용하여 수학화하고, 수학적으로 해결한 결과를 현실 세계에 적용하여 해석하는 (㉠) 과정을 경험할 수 있도록 수업 자료를 준비했다. 실제 수업을 진행해 보니, 학생들이 현실 세계의 문제 상황을 단순화하는 1단계를 많이 다루어 보지 않아 어려워하였다. ㉡ 이번 수업에서는 내가 가정을 설정하여 단순화된 상황을 구성해 주었는데, 다음 수업에서는 학생 스스로 이 과정을 구성할 수 있도록 안내하고자 한다. 2단계에서는 학생들이 주어진 상황을 행렬의 곱셈으로 표현하기 어려워해서, 주어진 상황을 먼저 구조화한 뒤 행렬로 나타내어 보게 하였다.

<작성 방법>

○ 괄호 안의 ㉠에 들어갈 용어를 쓸 것.
○ 밑줄 친 ㉡은 비고츠키(L. Vygotsky)의 이론에서 '학생의 근접 발달영역 내에서 교사가 적절히 조절하여 주는 도움'을 뜻한다. ㉡에 해당하는 용어를 쓸 것.
○ 장비에(C. Janvier)의 다양한 표현 양식 간의 번역 활동에 따라 (가)의 3단계에서 나타난 번역 활동의 명칭을 쓰고, 3단계에서 공학 도구를 활용한 의의를 ㉠과 관련하여 작성할 것.

한국교육과정평가원

5. (가)는 두 명의 수학 교사가 2022 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2022-33호)을 바탕으로 중학교 '자료와 가능성' 영역의 '통계적 문제해결'에 대한 수업 연구를 하면서 나눈 대화이고, (나)는 이를 반영한 최 교사의 수업의 일부이다. <작성 방법>에 따라 서술하시오. [4점]

(가)

김 교사 : 2022 개정 수학과 교육과정에 제시된 '교육과정 설계의 개요'에서는 '학년(군) 또는 학교급을 관통하는 수학 내용의 본질 또는 가치'를 의미하는 (㉠)을/를 파악하여 수업을 계획할 것을 권장하고 있습니다.

최 교사 : 중학교 '자료와 가능성' 영역의 내용 체계에서 (㉠)을/를 찾아보니, 제가 이번에 수업할 통계적 문제해결 단원과 직접 관련된 내용은 "자료를 이용하여 통계적 문제해결 과정을 실천하고 생활 속의 가능성을 탐구하는 것은 ㉡미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하는 데 기반이 된다."이네요.

김 교사 : 이 단원의 수업은 (㉠)을/를 향한 깊이 있는 학습을 할 수 있도록 '내용 체계', '㉢성취기준', '성취기준 해설', '성취기준 적용 시 고려 사항' 등을 확인한 후, 학생들이 평소의 경험과 연결하여 통계적 탐구를 할 수 있도록 계획하면 좋겠습니다.

(나)

최 교사 : 통계를 활용하여 평소에 궁금했던 내용이나 조사하고 싶은 주제를 모둠별로 정하여 탐구해 볼까요? 필요할 때 선생님이 도움을 줄게요.

A 모둠

학 생 1 : 올해 여름은 특히 더운 날이 많았던 것 같아. 최근 기후 문제도 많이 논의되고 있어서, 올해 8월 한 달간 일평균 기온 분포의 특징을 10년 전과 비교하여 탐구하면 어떨까?

학 생 2 : 좋아, 기상자료개방포털에 우리 지역의 2015년과 2025년 8월의 일평균 기온 자료가 있는지 검색해 보자.

학 생 3 : 2015년과 2025년의 일평균 기온 자료를 찾았어. 이 두 자료를 정리해 볼까?

학 생 4 : 통계 소프트웨어를 이용해서 줄기와 잎 그림과 도수분포표로 나타내 보자.

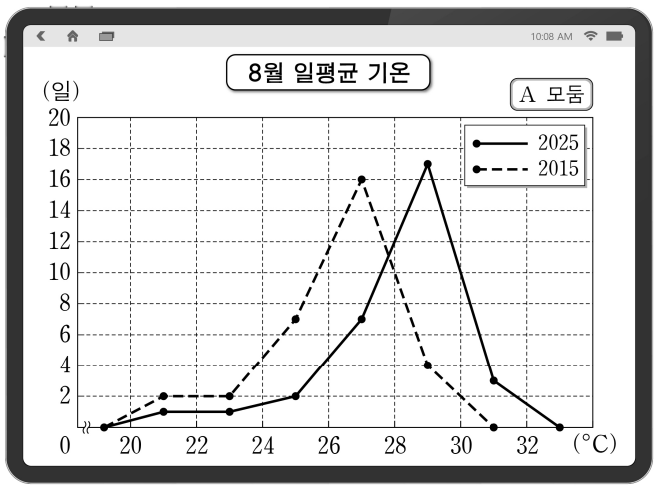
학 생 2 : 줄기와 잎 그림은 2015년과 2025년의 자료를 각각 나타내어야 해서, 한눈에 비교가 잘 안 되는 것 같아.

최 교사 : ㉣우리가 배웠던 그래프 중에, 분포 상태와 변화를 한눈에 볼 수 있는 그래프로 나타내어 볼까요?

학 생 3 : 두 자료를 도수분포다각형으로 나타내어 보니, 한눈에 비교할 수 있어요.

최 교사 : 자, 이제 모둠별로 탐구한 결과를 온라인 플랫폼에 공유하고 발표해 봅시다. A 모둠이 먼저 발표해 볼까요?

A 모둠 : 저희 모둠에서 탐구한 결과는 다음과 같습니다.



우리 지역의 2025년 8월 한 달간 일평균 기온의 그래프는 2015년의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로, 10년 전보다 기온이 높아졌음을 알 수 있습니다. 통계를 이용해 실제 데이터를 분석해 보니 앞으로 10년 후인 2035년의 8월은 더 더워질 수 있다고 생각됩니다. 지구 온난화와 관련된 다른 자료들도 조사해 본 결과, 유사한 경향을 확인할 수 있었습니다. 저희 모둠에서는 일상생활 속에서 우리부터 에너지 절약을 실천하고, 학생회에 지속가능한 발전을 위한 캠페인을 제안하고자 합니다.

<작성 방법>

○ 2022 개정 수학과 교육과정에서 괄호 안의 ㉠을 나타내는 용어를 쓰고, 최 교사의 수업에서 밑줄 친 ㉡이 반영되었음을 확인할 수 있는 근거를 (나)에서 찾아 제시할 것.

○ 밑줄 친 ㉢에 근거하여, 통계적 문제해결 과정의 단계를 작성할 것.

○ 최 교사가 A 모둠의 논의 활동 중에 밑줄 친 ㉣과 같이 안내한 이유를 통계적 문제해결과 관련한 '성취기준 해설'에 근거하여 작성할 것.

6. 어떤 공장에서 생산하는 제품의 수명 X의 확률밀도함수(probability density function)가 다음과 같다.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{c}{x^3}, & x>2\\ \dfrac{c}{16}x, & 0\le x\le 2\\ 0, & x<0\end{cases}$$

이 공장에서 생산하는 제품은 수명이 4 이상인 경우 우수 제품으로 분류되고, 4 미만인 경우 일반 제품으로 분류된다. 상수 c의 값과 임의로 선택한 제품이 우수 제품일 확률 $\mathrm{P}(X\ge 4)$의 값을 순서대로 구하시오.

또한 임의로 4개의 제품을 선택했을 때, 우수 제품이 일반 제품보다 더 많이 포함되어 있을 확률을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

7. 집합 A, B, C가

$$A=\{x\in\mathbb{Z}\mid 21x\equiv 45 \pmod{66}, 0\le x\le 65\},$$

$$B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^3-1\equiv 0 \pmod{151}, 0\le x\le 150\},$$

$$C=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^n-1\equiv 0 \pmod{151}, 0\le x\le 150\}$$

이다. A와 B의 원소의 개수를 순서대로 구하시오.

또한 $|A|=|B\cup C|$를 만족시키는 정수 $n(0\le n\le 150)$의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, 151은 소수이고 $|X|$는 집합 X의 원소의 개수이다.) [4점]

8. 복소수 $z=x+iy$ (x, y는 실수)에 대한 함수

$$f(z)=\frac{x+ay}{x^2+y^2}+x^2+by^2+i\left(\frac{cy}{x^2+y^2}+dxy\right)$$

가 영역 $\mathbb{C}-\{0\}$에서 해석적(analytic)이 되도록 하는 실수 a, b, c, d의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

또한 $e^{\frac{1}{z}}f(z)$의 $z=0$을 중심으로 하는 로랑 급수(Laurent series)를 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$이라 할 때, a_{-1}의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

9. 다항식환 $\mathbb{Z}_7[x]$에서 다항식 $f(x)=x^4+3x^2-1$이 기약(irreducible)임을 보이시오. 또한 α를 $f(x)$의 해라 하고, 갈루아 군(Galois group) $G(\mathbb{Z}_7(\alpha)/\mathbb{Z}_7)$의 원소 σ의 위수(order)가 4라 하자. $G(\mathbb{Z}_7(\alpha)/\mathbb{Z}_7)$의 부분군 $\langle\sigma^2\rangle$의 고정체(fixed field) E의 위수(order)를 풀이 과정과 함께 쓰시오. (단, $\mathbb{Z}_7(\alpha)$는 유한체 $\mathbb{Z}_7$ 위의 단순 확대체(simple extension field)이다.) [4점]

10. 함수 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$을

$$f(x)=\begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$$

이라 하고, $S=\left\{\dfrac{f(x)}{x}\;\middle|\; x\text{는 양의 실수}\right\}$라 하자. 집합 S의 상한(supremum)과 하한(infimum)을 순서대로 구하시오.

또한 $\lim\limits_{s\to 0+}\int_0^1 \dfrac{f(x)}{s}e^{-\frac{x^2}{s^2}}dx$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

11. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$가 $-1<x<2$에서 $f(x)>0$이다. 3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 곡선 $y=f(x)$, $z=0$ $(-1<x<2)$를 x축 둘레로 360° 회전시켜 얻은 회전면(surface of revolution)을 M이라 하고, 곡면 M이 평면 $x=0$과 만나서 생기는 원을 α, 평면 $x=\dfrac{2}{3}$와 만나서 생기는 원을 β, 평면 $x=1$과 만나서 생기는 원을 γ라 하자.
곡면 M에 놓인 곡선으로서 α, β, γ의 측지곡률(geodesic curvature)이 각각 0, 0, $\dfrac{2}{5}$이다. $f(0)$의 값과 곡선 α 위의 점에서 M의 가우스 곡률(Gaussian curvature)을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

<수고하셨습니다.>